Dipartimento MIFT- Sezione di Matematica – UniMe

Algebra

LM Matematica

giancarlo.rinaldo@unime.it

19 Maggio 2026

Algebra

Cosa facciamo

Il gruppo di Algebra del nostro Dipartimento si occupa principalmente della didattica nelle seguenti aree:

- Algebra Commutativa e metodi omologici in Algebra Commutativa;
- Algebra Computazionale;
- Applicazioni dell’algebra.

- Prof. Marilena Crupi;
- Prof. Giancarlo Rinaldo;
- Prof. Francesco Strazzanti.

1. **Algebra Superiore modulo A** (6 CFU). Algebra omologica:
    1.1 Moduli e classi di moduli (finitamente generati, liberi, proiettivi, iniettivi, divisibili, piatti).
    1.2 Successioni esatte. Complessi di moduli e loro omologie. Risoluzioni di un modulo.
    1.3 Moduli Tor ed Ext.
2. **Algebra Superiore modulo B** (6 CFU) Algebra Commutativa:
    2.1 Anelli ed ideali, anelli e moduli di frazioni. Anelli e moduli noetheriani ed artiniani.
    2.2 Decomposizione primaria (di ideali e sottomoduli). Teoria della dimensione in anelli commutativi noetheriani.

Omologia: vedere i buchi con l’algebra

L’omologia distingue (un cenno):

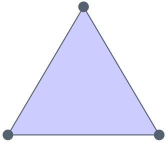
- cicli chiusi,
- bordi di superfici,
- veri “buchi” topologici.

L’omologia è

$$H_n = \frac{\ker(\partial_n)}{\mathrm{im}(\partial_{n+1})}$$

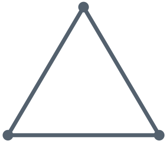
Interpretazione

- $\ker(\partial_n)$ = cicli chiusi
- $\mathrm{im}(\partial_{n+1})$ = bordi
- ciò che resta misura i buchi



Triangolo pieno

$$\Downarrow \ \partial$$



Bordo del triangolo

Dall'algebra alla geometria

$$I = (xy)$$

$$(xy) = (x) \cap (y)$$

Interpretazione algebrica

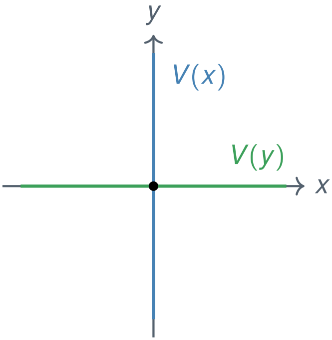
(x)

retta verticale

(y)

retta orizzontale

$$V(I) = V(x) \cup V(y)$$



La molteplicità: componenti ispessite

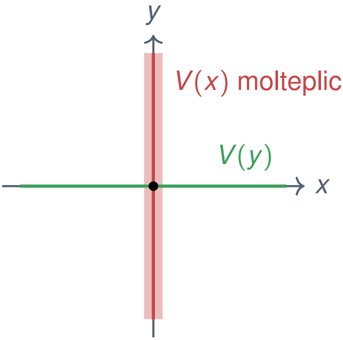
$$J = (x^2 y)$$

$$(x^2 y) = (x^2) \cap (y)$$

Interpretazione geometrica

- $V(y)$ compare normalmente
- $V(x)$ è ispessita
- 2 indica la molteplicità

La varietà è identica, ma la decomposizione come ideale ha più informazione.



1. **Algebra Computazionale** (6 CFU). Principali argomenti:
    1.1 Risoluzione di sistemi di equazioni polinomiali e Nullstellensatz;
    1.2 Calcola della serie di Hilbert e dimensione di Varietà;
    1.3 Applicazioni.

Nota: Laboratorio

Nel corso è prevista una ampia parte laboratoriale nella quale si approfondiscono mediante sistemi di calcolo simbolico e numerico (Sagemath) quanto osservato nella parte teorica.

Fino agli anni ’70 non esisteva un algoritmo per la risoluzione di un sistema di equazioni polinomiali. Cioè il calcolo di

$$V(I)$$

dove I è un ideale dell’anello $K[x_1, \dots, x_n]$. B.Buchberger nella sua tesi di dottorato descrive un algoritmo e lo implementa.
Da allora i fondamentali invarianti algebrici dell’algebra commutativa vengono calcolati a partire da tale algoritmo: e.g serie di Hilbert di I, decomposizione primaria di ideali e moduli, invarianti dell’algebra omologica.