Testi del Syllabus

Resp. Did.	**DE FILIPPIS VINCENZO**	**Matricola: 006957**
Docente	**DE FILIPPIS VINCENZO, 6 CFU**	

Anno offerta:	**2025/2026**
Insegnamento:	**1257 - ALGEBRA NON COMMUTATIVA**
Corso di studio:	**9223 - MATEMATICA**
Anno regolamento:	**2024**
CFU:	**6**
Anno corso:	**2**
Periodo:	**SECONDO SEMESTRE**

Testi in italiano

Lingua insegnamento	ITALIANO
Contenuti	Moduli irriducibili e moduli fedeli su di un anello. Anelli primitivi. Teorema di densità di Jacobson. Teorema di struttura degli anelli primitivi. Anelli primi e semiprimi. Teoremi di commutatività per anelli primi e semiprimi. Anelli semisemplici. Teorema di Wedderburn-Artin. Il radicale di Jacobson di un anello. Polinomi in variabili non commutative. Identità polinomiali standard. Teorema di Amitsur-Levitzki per algebre di matrici. Teorema di Kaplansky per algebre primitive e sue applicazioni. Teorema di Posner per algebre prime e sue applicazioni. La struttura degli anelli primi e semiprimi soddisfacenti identità polinomiali . Anello dei quozienti di Martindale. Polinomi generalizzati in variabili non commutative Anelli primi soddisfacenti identità polinomiali generalizzate. La struttura degli anelli primi e semiprimi soddisfacenti identità polinomiali generalizzate. Polinomi funzionali in variabili non commutative. Derivazioni e derivazioni generalizzate in anelli semiprimi. Automorfismi in anelli semiprimi. Identità polinomiali differenziali. Identità polinomiali differenziali generalizzate. Identità polinomiali differenziali ed identità polinomiali differenziali generalizzate con automorfismi. La struttura degli anelli primi e semiprimi soddisfacenti identità funzionali. L'ipercentro di un anello. L'ipercentro di un ideale di Lie. L'ipercentro dell'insieme delle valutazioni di un polinomio. L'ipercentro generalizzato di un ideale di Lie.
Testi di riferimento	M. Bresar, Introduction to noncommutative algebra, Springer, 2014 T.Y. Lam, A first course in noncommutative rings, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1991. K.I. Beidar, W.S. Martindale, A.V. Mikhalev, Rings with generalized identities, Dekker, 1996. N. Jacobson, Structure of rings, American Math. Society Colloquium Publications, 1956. I.N. Herstein, Noncommutative rings, The Carus Mathematical Monographs, 1971. T. W. Hungerford, Algebra, Graduate Texts in Mathematics, Springer-

	Verlag, 1989.
Obiettivi formativi	Conoscenza dei metodi per lo studio e l'analisi delle principali strutture algebriche non commutative (spazi vettoriali, anelli di endomorfismi, anelli primi, semiprimi, primitivi e semiprimitivi non commutativi). Comprensione della struttura delle algebre soddisfacenti identità polinomiali e identità funzionali.
Prerequisiti	Teoria dei gruppi, anelli e campi.
Metodi didattici	La didattica è affidata alle tradizionali lezioni frontali in aula. Vengono fornite le dimostrazioni di alcuni tra i principali teoremi di struttura. Una parte delle lezioni è dedicata allo svolgimento di esercizi esemplificativi svolti dal docente e preparatori alle prove di verifica (intermedia e finale). Sono inoltre previste esercitazioni guidate svolte dagli studenti, con lo scopo di stimolare l'approccio ai problemi con autonomia e senso critico.
Modalità di verifica dell'apprendimento	La prova finale consiste nella stesura di in un elaborato scritto, da svolgersi in una qualsiasi delle date previste dal calendario d'esami. La prova verterà sugli argomenti relativi all'intero programma del corso. Lo studente dovrà scrivere un breve saggio su un argomento assegnato e risolvere alcuni esercizi costituiti da domande a risposta aperta. Lo studente dovrà dimostrare di saper organizzare discorsivamente la conoscenza, di aver acquisito una buona capacità di ragionamento critico sullo studio realizzato e di saper utilizzare gli strumenti forniti durante il corso. La valutazione della prova è espressa con un voto in trentesimi. L'esame si intende superato se lo studente consegue un voto di almeno 18/30. Al termine dello svolgimento della prima parte del corso viene svolta una prova intermedia di verifica (facoltativa). Gli studenti che avranno superato la prova intermedia dovranno sostenere l'esame finale su argomenti inerenti esclusivamente alla seconda parte di programma. In caso di esito positivo, il voto finale sarà la media aritmetica dei voti conseguiti separatamente nella prova intermedia ed in quella finale sostenute e superate.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi in inglese

	Italian
	Simple modules and faithful modules over a ring. Primitive rings. Jacobson density theorem. Structure theorem for primitive rings. Prime and semiprime rings. Commutativity theorems for prime and semiprime rings Semisimple rings. Wedderburn-Artin theorem. Jacobson radical of a ring. Polynomials in noncommutative indeterminates. Standard polynomial identities. Amitsur-Levitzki theorem for matrix algebras. Kaplansky theorem for primitive algebras and its applications. Posner theorem for prime algebras and its appilcations. The structure of prime and semiprime rings satisfying a polynomial identity. Martindale ring of quotients. Generalized polynomials in noncommutative indeterminates. Prime rings satisfying a generalized polynomial identity.

	The structure of prime and semiprime rings satisfying a generalized polynomial identity. Functional polynomials in noncommutative indeterminates. Derivations and generalized derivations in semiprime rings. Automorphisms in semiprime rings. Differential polynomial identities. Generalized differential polynomial identities. Differential polynomial identities and generalized differential polynomial identities involving automorphisms. The structure of prime and semiprime rings satisfying a functional identity. The hypercenter of a ring. The hypercenter of a Lie ideal. The hypercenter of a polynomial. The generalized hypercentralizer of a Lie ideal.
	M. Bresar, Introduction to noncommutative algebra, Springer, 2014 T.Y. Lam, A first course in noncommutative rings, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1991. K.I. Beidar, W.S. Martindale, A.V. Mikhalev, Rings with generalized identities, Dekker, 1996. N. Jacobson, Structure of rings, American Math. Society Colloquium Publications, 1956. I.N. Herstein, Noncommutative rings, The Carus Mathematical Monographs, 1971. T. W. Hungerford, Algebra, Graduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, 1989.
	Knowledge of the methods for studying and analyzing the most important non commutative algebraic structures (vector spaces, endomorphism rings, prime, semiprime, primitive, semiprimitive non commutative rings. Knowledge of the structure of algebras satisfying polynomial or functional identities.
	Group, ring and field theory.
	The course, in order to achieve the expected objectives, takes place through lectures in the classroom. Proofs of main structure theorems will be provided. Some classes will be devoted to exercises given by the teacher, in order to prepare for intermediate and final tests. There are also guided exercises with teacher support, with the aim of stimulating the approach to problem solving with autonomy and a critical thinking.
	The final exam consists of a written test and concernes topics related to all lectures. The student has to write a brief essay on an assigned topic and solve some exercises consisting of open answer questions The student must demonstrate that she/he has acquired both ability to discursively organize knowledge and good critical reasoning skills on the study conducted and that she/he knows how to use the tools provided during the course. The evaluation of the test is expressed with a score out of thirty. The minimum to pass the final exam is 18/30. In the middle of the course, an ongoing (optional) exam will be carry out. Students who have passed the ongoing test will have to take the final exam on topics related exclusively to the second part of lectures. In this case and if the exam is successful, the final grade is the arithmetic mean of the marks obtained in the ongoing and final tests.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi del Syllabus

Resp. Did.	**RINALDO GIANCARLO**	**Matricola: 010152**
Docente	**RINALDO GIANCARLO, 6 CFU**	

Anno offerta:	**2025/2026**
Insegnamento:	**A001659 - CRITTOGRAFIA ALGEBRICA**
Corso di studio:	**9223 - MATEMATICA**
Anno regolamento:	**2024**
CFU:	**6**
Anno corso:	**2**
Periodo:	**PRIMO SEMESTRE**

Testi in italiano

Lingua insegnamento	ITALIANO
Contenuti	Introduzione alla Crittografia. Tipi di attacchi. Permutazioni. Teorema di Shannon. One time pad. Crittografia a chiave privata. Una introduzione agli "stream ciphers" e "block ciphers". L'algebra utilizzata nella crittografia a chiave privata. Campi finiti, polinomi primitivi, e LFSR. Funzioni booleane e la forma algebrica normale. Algebra lineare e matrici circolanti. Crittografia a chiave pubblica. Come scambiare la chiave di sessione. Elementi primitivi e il problema del logaritmo discreto (DLP). Scambio di chiavi Diffie-Helmann. L'algoritmo RSA. Implementazione. Attacchi noti. Curve ellittiche. Gli stream cipher. Stream cipher standard usati nelle nostre comunicazioni. Implementazione. Attacchi noti. I block cipher. La struttura generale. Lo standard "Advanced Encryption Standard" (AES). Il "key schedule". Cifratura passo dopo passo tramite SBox, ShiftRows e MixColumns.I modi ECB mode e CBC in AES. Lo "square attack". Una introduzione alle funzioni "hash". La funzione hash e l'HMAC: La manomissione del messaggio. Esempi. La firma digitale. Argomenti aggiuntivi (Crittografia Post-Quantum, Block-chain, etc.).
Testi di riferimento	J. Hoffstein, J. Pipher, J. H. Silverman, An Introduction to Mathematical Cryptography, Springer. Lindsay N. Childs, A Concrete Introduction to Higher Algebra, Springer. R.Lidl, H. Niederreiter, Finite Fields, Cambridge University Press, 2009. M. Ceria, G. Rinaldo, M. Sala, Bits, Bytes and Friends, Aracne.
Obiettivi formativi	L’obbiettivo del corso è quello di presentare alcuni fondamentali protocolli crittografici sia simmetrici che asimmetrici, con particolare enfasi agli aspetti algebrici degli stessi. Al termine del corso lo studente conoscerà ed implementerà alcuni protocolli oggi utilizzati. Inoltre, sarà in grado di avvicinarsi a nuovi protocolli in modo critico. Infine, sarà in grado di conoscere pecularietà tecniche di linguaggi basso livello, come

C, rispetto ad altri di alto livello come Python rispetto a sistemi crittografici.

Prerequisiti

Nozioni basilari di aritmetica modulare e campi finiti. Buona conoscenza di un linguaggio di programmazione.

Metodi didattici

Lezioni frontali e laboratoriali. Utilizzo di un linguaggio di programmazione per limplementazione degli algoritmi descritti.

Modalità di verifica dell'apprendimento

L’esame consiste di uno dei due metodi alternativi:
1) Esame orale;
2) Valutazioni in itinere più progetto.
1) Esame orale. L’esame orale prevede esercizi e domande teoriche su argomenti presentati durante il corso. La prova orale si intende superata se si raggiungono almeno 18/30.
2) Valutazioni in itinere più progetto finale. Le valutazioni in itinere settimanali (una per settimana e di circa 45 minuti) prevedono esercizi ed implementazioni relative agli argomenti trattati. Per la risoluzione si possono consultare gli appunti delle lezioni. Grazie alle valutazioni in itinere si potranno ottenere al massimo 27/30. Tale punteggio si otterrà dalla somma delle singole valutazioni in itinere. A tale punteggio si aggiunge quello del progetto finale che verrà valutato al massimo 3/30. Il progetto finale è scelto dallo studente in accordo col docente su tematiche trattate durante il corso. L’esame si intende superato se lo studente consegue tra prove in itinere e seminario un voto di almeno 18/30.

Programma esteso

Introduzione alla Crittografia. Tipi di attacchi. Permutazioni. Teorema di Shannon. One time pad.

Crittografia a chiave privata. Una introduzione agli "stream ciphers" e "block ciphers". L'algebra utilizzata nella crittografia a chiave privata. Campi finiti, polinomi primitivi, e LFSR. Funzioni booleane e la forma algebrica normale. Algebra lineare e matrici circolanti.

Crittografia a chiave pubblica. Come scambiare la chiave di sessione. Elementi primitivi e il problema del logaritmo discreto (DLP). Scambio di chiavi Diffie-Helmann. L'algoritmo RSA. Implementazione. Attacchi noti. Curve ellittiche.

Gli stream cipher. Stream cipher standard usati nelle nostre comunicazioni. Implementazione. Attacchi noti.

I block cipher. La struttura generale. Lo standard "Advanced Encryption Standard" (AES). Il "key schedule". Cifratura passo dopo passo tramite SBox, ShiftRows e MixColumns.I modi ECB mode e CBC in AES.
Lo "square attack".

Una introduzione alle funzioni "hash". La funzione hash e l'HMAC: La manomissione del messaggio. Esempi. La firma digitale.

Argomenti aggiuntivi (Crittografia Post-Quantum, Block-chain, etc.).

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi in inglese

	Italian
	Introduction to Cryptography. Type of attacks. Permutations. Shannon's Theorem. One time pad. Private key cryptography. An introduction to stream ciphers and block ciphers. Algebra used in private key cryptography. Finite fields, primitive polynomials, and LFSR. Boolean functions and the algebraic normal form. Linear algebra and circulant matrices. Public key cryptography. How to exchange the session key. Primitive elements and the Discrete Logarithm Problem (DLP). Diffie-Helmann key exchange. RSA algorithms. Implementation. Known attacks. Elliptic curves. Stream ciphers. Standard stream ciphers used in our communications. Implementation. Known attacks. Block ciphers. The general framework. The Advanced Encryption Standard (AES). The key schedule. Step by step ciphering by SBox, ShiftRows and MixColumns.ECB mode and CBC mode in AES. The square attack. An introduction to hash functions. Hash function and HMAC: Tampering a message. Examples. Digital signatures. Additional topics (Post-Quantum cryptography, Block-chain, etc.) .
	J. Hoffstein, J. Pipher, J. H. Silverman, An Introduction to Mathematical Cryptography, Springer. Lindsay N. Childs, A Concrete Introduction to Higher Algebra, Springer. R.Lidl, H. Niederreiter, Finite Fields, Cambridge University Press, 2009. M. Ceria, G. Rinaldo, M. Sala, Bits, Bytes and Friends, Aracne.
	The goal of the course is to present some fundamental symmetric/asymmetric cryptographic protocols, with a particular emphasis on the algebraic aspects of them. At the end of the course the student will know and how to implement some modern cryptographic protocol. Moreover, the student will approach towards new protocols critically. Lastly he will know differences between low level languages like C and high level like Python with a focus on cryptosystems.
	Basic notions in modular arithmetic and finite fields. Good knowledge of a programming language.
	Frontal lectures and workshops. Usage of a programming language for the implementation of the described algorithms.
	The exam consists of the two following and alternative methods: 1) Oral exam; 2) In-itinere evaluations and project. 1) Oral exam. The oral exam consists of exercises and theory questions presented during the course. The exam is passed if the final grade is equal to or greater than 18/30. 2) In-itinere evaluations and project. There are weekly evaluations (one for week around 45 minutes each) consisting of exercises and implementations about subjects considered during the week. To solve the test it is possible to check the notes of the lectures. Thanks to the evaluations the student obtains a grade of at most 27/30. This grade is obtained by adding each weekly evaluation. To this grade is added the evaluation of the final project whose grade is at most 3/30. The final project is chosen from the student in agreement with the professor about the topics of the course. The exam is passed if the student obtains, summing the in-itinere evaluations and seminar, a grade that is equal to or greater than 18/30.

	Introduction to Cryptography. Type of attacks. Permutations. Shannon’s Theorem. One time pad. Private key cryptography. An introduction to stream ciphers and block ciphers. Algebra used in private key cryptography. Finite fields, primitive polynomials, and LFSR. Boolean functions and the algebraic normal form. Linear algebra and circulant matrices. Public key cryptography. How to exchange the session key. Primitive elements and the Discrete Logarithm Problem (DLP). Diffie-Helmann key exchange. RSA algorithms. Implementation. Known attacks. Elliptic curves. Stream ciphers. Standard stream ciphers used in our communications. Implementation. Known attacks. Block ciphers. The general framework. The Advanced Encryption Standard (AES). The key schedule. Step by step ciphering by SBox, ShiftRows and MixColumns.ECB mode and CBC mode in AES. The square attack. An introduction to hash functions. Hash function and HMAC: Tampering a message. Examples. Digital signatures. Additional topics (Post-Quantum cryptography, Block-chain, etc.) .

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi del Syllabus

Resp. Did.	**IMBESI MAURIZIO**	**Matricola: 004764**
Docente	**IMBESI MAURIZIO, 6 CFU**	

Anno offerta:	**2025/2026**
Insegnamento:	**2877 - GEOMETRIA ALGEBRICA**
Corso di studio:	**9223 - MATEMATICA**
Anno regolamento:	**2024**
CFU:	**6**
Anno corso:	**2**
Periodo:	**PRIMO SEMESTRE**

Testi in italiano

Lingua insegnamento	Italiano
Contenuti	Richiami su curve e superfici algebriche affini e proiettive nello spazio tridimensionale – Punti semplici e singolari – Rette e coni tangenti – Molteplicità di intersezione – Il teorema di Bézout. Insiemi algebrici dello spazio affine su un campo algebricamente chiuso – Ideali di un insieme algebrico affine – Il lemma di normalizzazione di Noether – Il teorema degli zeri di Hilbert, forma forte e debole – Corrispondenza biunivoca tra ideali radicali ed insiemi algebrici – Topologia di Zariski su insiemi algebrici – Varietà algebriche affini e componenti irriducibili – Ipersuperfici algebriche – Dimensione di una varietà algebrica – Anello delle coordinate di una varietà algebrica. Funzioni polinomiali – Morfismi regolari ed omomorfismi indotti – Isomorfismi – Funzioni razionali – Campo delle funzioni razionali – Fascio strutturale – Luogo polare – Dominio di una funzione razionale – Morfismi razionali – Morfismi dominanti ed omomorfismi indotti – Morfismi birazionali – Scioglimento delle singolarità. Insiemi algebrici dello spazio proiettivo ed ideali omogenei – Il cono affine – L’ideale irrilevante – Il teorema degli zeri di Hilbert proiettivo e sue conseguenze – Varietà proiettive – Ipersuperfici proiettive – Carte affini standard di varietà proiettive – Anello delle coordinate omogeneo – Campo delle funzioni razionali – Funzioni razionali definite in un punto – Morfismi razionali – Morfismi birazionali e isomorfismi indotti –Varietà unirazionali e razionali – Il teorema di Lüroth sulle curve razionali – Il teorema di Castelnuovo-Zariski sulle superfici razionali – Esempi classici di varietà razionali: la cubica gobba, la superficie di Veronese.
Testi di riferimento	1) M.C. Beltrametti, ed altri, Letture su curve, superficie e varietà proiettive, Bollati Boringhieri, 2003 2) W. Fulton, Algebraic Curves: An Introduction to Algebraic Geometry, Benjamin, 1969 3) M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, LMS Student Texts 12, Cambridge Univ. Press, 1994 4) E. Sernesi, Geometria 1, Programma di Matematica, Fisica, Elettronica, Bollati Boringhieri, 1989 5) J. Harris, Algebraic Geometry: A First Course – Springer, GTM 133, 1992
Obiettivi formativi	Conoscenza dei principali metodi e risultati nello studio di insiemi algebrici e varietà algebriche, funzioni razionali, morfismi tra varietà. Acquisizione di tecniche e strumenti per la determinazione delle soluzioni di sistemi di equazioni algebriche in molte variabili.

Prerequisiti	Conoscenze di base di algebra, geometria e analisi.
Metodi didattici	Lezioni frontali, anche tramite ausili informatici, con svolgimento di numerosi esempi ed esercizi di supporto per stimare il livello di partecipazione, la comprensione e il graduale apprendimento degli argomenti trattati.
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste nella redazione e nella discussione di una tesina concernente lo sviluppo dettagliato di un argomento o modulo del programma + una serie di domande orali che verteranno sul resto del programma svolto. Per la valutazione si terrà conto principalmente del livello di preparazione raggiunto, delle proprietà di espressione, della capacità di esposizione. Il voto finale di esame è la media aritmetica dei voti conseguiti nella presentazione della tesina e nelle domande orali.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi in inglese

	Italian
	Recall on affine and projective algebraic curves and surfaces in three-dimensional space – Simple and singular points – Tangent lines and tangent cones – Intersection multiplicity – Bézout's theorem. Algebraic sets of the affine space on an algebraically closed field – Ideals of an affine algebraic set – Noether's normalization lemma – Hilbert's theorem of zeroes, strong and weak form – One-to-one correspondence between radical ideals and algebraic sets – Zariski topology on algebraic sets – Affine algebraic varieties and irreducible components – Algebraic hypersurfaces – Dimension of an algebraic variety – Coordinate ring of an algebraic variety. Polynomial functions – Regular morphisms and induced homomorphisms – Isomorphisms – Rational functions – Field of rational functions – Fiber bundle – Polar locus – Domain of a rational function – Rational morphisms – Dominant morphisms and induced homomorphisms – Birational morphisms – Dissolution of singularities. Algebraic sets of projective space and homogeneous ideals – The affine cone – The irrelevant ideal – The projective Hilbert's theorem of zeroes and its consequences – Projective manifolds – Projective hypersurfaces – Standard affine charts of projective manifolds – Homogeneous coordinate ring – Field of rational functions – Rational functions defined at a point – Rational morphisms – Birational morphisms and induced isomorphisms – Unirational and rational manifolds – Lüroth's theorem on rational curves – The Castelnuovo-Zariski's theorem on rational surfaces – Classic examples of rational manifolds: the twisted cubic, the Veronese surface.
	1) M.C. Beltrametti, et al., Letture su curve, superficie e varietà proiettive, Bollati Boringhieri, 2003 2) W. Fulton, Algebraic Curves: An Introduction to Algebraic Geometry, Benjamin, 1969 3) M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, LMS Student Texts 12, Cambridge Univ. Press, 1994 4) E. Sernesi, Geometria 1, Programma di Matematica, Fisica, Elettronica, Bollati Boringhieri, 1989 5) J. Harris, Algebraic Geometry: A First Course – Springer, GTM 133, 1992
	Knowledge of the main methods and results in the study of algebraic sets and algebraic manifolds, rational functions, morphisms of manifolds. Acquisition of techniques and tools for determining the solutions of systems of algebraic equations in many variables.

	Basic knowledge of algebra, geometry and calculus.
	Lectures, also through computer media, with the performance of numerous examples and exercises in support for assessing the level of participation, the comprehension and the gradual learning of the topics covered.
	The exam consists of the drafting and discussion of a short thesis concerning the detailed development of a topic or a set of related topics of the program + an oral conversation that will focus on the rest of the program carried out. The evaluation will mainly take into account the level of preparation achieved, the expressive skills, the ability to present. The final exam grade is the arithmetic average of the rating obtained in the presentation of the dissertation and in the oral questions.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi del Syllabus

Resp. Did.	**NORDO GIORGIO**	**Matricola: 004805**
Docente	**NORDO GIORGIO, 6 CFU**	

Anno offerta:	**2025/2026**
Insegnamento:	**8199 - MODELLI E METODI COMPUTAZIONALI PER LA GEOMETRIA**
Corso di studio:	**9223 - MATEMATICA**
Anno regolamento:	**2024**
CFU:	**6**
Anno corso:	**2**
Periodo:	**PRIMO SEMESTRE**

Testi in italiano

Lingua insegnamento	Italiano
Contenuti	INTRODUZIONE ALLA GEOMETRIA COMPUTAZIONALE. Cenni storici. Problemi geometrici. Esempi di algoritmi geometrici. RICHIAMI SUL LINGUAGGIO PYTHON. Regole sintattiche e variabili. Tipizzazione. Funzioni in Python. Stringhe e conversioni. Le f-string. Input da tastiera. I compound statement. Il costrutto selezione in Python. Operatori relazionali. Assegnazione condizionale. Il costrutto iterazione in Python. Cicli con contenitore e con contatore. Il contenitore range. I costrutti for e while. Uso dei flag e dei contatore. Condizioni di esistenza e universalità. Subroutine, procedure e funzioni in Python. L'istruzione pass. Il valore di ritorno. Funzioni annidate. Parametri posizionali e nominali. Funzioni lambda. Le liste. Metodi di lista. L'operatore slice. I metodi split e join. Liste e funzioni. Le tabelle in Python. Pile e code mediante le liste. La list comprehension. Funzioni di ordine superiore. Le tuple. Metodi di tupla. Conversioni tra liste e tuple. La tuple comprehension. Restituzione di valori multipli in una funzione. Gli insiemi. Metodi di insieme. La set comprehension. I dizionari. Metodi dei dizionari. La dictionary comprehension. Strutture dati complesse. La gestione dei file in Python. La gestione delle eccezioni. Tipologie di eccezioni. La programmazione ad oggetti. le classi in Python. Costruttori ed istanze. La parola chiave self. Variabili di classe e variabili statiche. Ereditarietà, incapsulamento e polimorfismo. I decoratori in Python. Metodi statici. Metodi speciali. Overloading degli operatori. PROBLEMI COMPUTAZIONALI. Problemi computazionali e algoritmi. Correttezza di un algoritmo. Invarianti di ciclo e di classe. Tipologie di algoritmi. Modelli di calcolo. La Random Access Machine. Stima della complessità computazionale. Notazioni O grande, Omega e Theta. Classi di complessità. Analisi dei principali algoritmi di ordinamento. La rappresentazione degli interi e dei float al pc. RICHIAMI DI GEOMETRIA PIANA. Spazi affini. Area segnata. Orientamento e collinearità di una terna di punti.

	ALGORITMI GEOMETRICI E IMPLEMENTAZIONE IN CLASSI PYTHON. I package in Python. La classe gcPunto. Poligoni. Il Teorema di Jordan per i poligoni. Ordinamenti del piano. Angoli interni convessi. Semipiani. Triangolabilità dei poligoni. Diagonali di un poligono. Area di un poligono. La classe gcPoligono. Posizione di un punto rispetto a un segmento. Intersezione di due segmenti. La classe gcSegmento. Point location nei poligono convessi e nei poligoni semplici. I bounding container. La classe gcBoundingContainer. Insiemi convessi. Caratterizzazione dei poligoni convessi. Calcolo dell'inviluppo convesso (Graham scan e Gift wrapping). Intersezione di due poligoni. Algoritmi di triangolazione (per rimozione delle orecchie e per ricerca delle diagonali). Richiami di teoria dei grafi. Il grafo duale di una triangolazione. La libreria matplotlib e il modulo pyplot. Il package NetworkX. Il Problema della Galleria d'Arte. Il Teorema di Fisk. Soluzione dell'Art Gallery Problem.
Testi di riferimento	• M. Berg, M.van Kreveld, M. Overmars, O. Schwarzkopf, Computational Geometry. Algorithms and Application, Springer (2000). • J. O. Rourke, Computational Geometry in C, Cambridge University Press (1998). • F.P. Preparata, M.I. Shamos, Computational Geometry. An Introduction, Springer (1985). • Tony Gaddis, Introduzione a Python, casa editrice Pearson • Cay Horstmann, Rance D. Necaise, Concetti di Informatica e fondamenti di Python, Maggioli Editore – Apogeo • John V. Guttag, Introduzione alla programmazione con Python, casa editrice Egea • M. J. Laszlo,Computational Geometry and Computer Graphics In C++, Pearson
Obiettivi formativi	Conoscenze avanzate di geometria computazionale, morfologia matematica e analisi delle Immagini con riferimento agli algoritmi geometrici (orientamento, localizzazione, poligonalizzazione, triangolazione, ricerca dell’inviluppo convesso, ecc.).
Prerequisiti	Geometria, algebra lineare, programmazione.
Metodi didattici	Lezioni frontali e attività di laboratorio.
Altre informazioni	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Esame unicamente orale comprendente anche quesiti di programmazione ed illustrazione del codice svolto a lezione al fine verificare il grado di conoscenza della materia raggiunto, la proprietà di linguaggio rispetto agli argomenti e la capacità espositiva.
Programma esteso	Introduzione alla Geometria Computazionale. Cenni storici. Problemi geometrici. Esempi di algoritmi geometrici. Richiami sul linguaggio Python. Regole sintattiche e variabili. Tipizzazione. Funzioni in Python. Stringhe e conversioni. Le f-string. Input da tastiera. I compound statement. Il costrutto selezione in Python. Operatori relazionali. Assegnazione condizionale. Il costrutto iterazione in Python. Cicli con contenitore e con contatore. Il contenitore range. I costrutti for e while. Uso dei flag e dei contatore. Condizioni di esistenza e universalità. Subroutine, procedure e funzioni in Python. L'istruzione pass. Il valore di ritorno. Funzioni annidate. Parametri posizionali e nominali. Funzioni lambda. Le liste. Metodi di lista. L'operatore slice. I metodi split e join. Liste e funzioni. Le tabelle in Python. Pile e code mediante le liste. La list comprehension. Funzioni di ordine superiore. Le tuple. Metodi di tupla. Conversioni tra liste e tuple. La tuple comprehension. Restituzione di valori multipli in una funzione. Gli insiemi. Metodi di insieme. La set comprehension. I dizionari. Metodi dei dizionari. La dictionary comprehension. Strutture dati complesse. La gestione dei file in Python.

	La gestione delle eccezioni. Tipologie di eccezioni. La programmazione ad oggetti. le classi in Python. Costruttori ed istanze. La parola chiave self. Variabili di classe e variabili statiche. Ereditarietà, incapsulamento e polimorfismo. I decoratori in Python. Metodi statici. Metodi speciali. Overloading degli operatori. Problemi computazionali e algoritmi. Correttezza di un algoritmo. Invarianti di ciclo e di classe. Tipologie di algoritmi. Modelli di calcolo. La Random Access Machine. Stima della complessità computazionale. Notazioni O grande, Omega e Theta. Classi di complessità. Analisi dei principali algoritmi di ordinamento. La rappresentazione degli interi e dei float al pc. Richiami di geometria piana. Spazi affini. Area segnata. Orientamento e collinearità di una terna di punti. I package in Python. La classe gcPunto. Poligoni. Il Teorema di Jordan per i poligoni. Ordinamenti del piano. Angoli interni convessi. Semipiani. Triangolabilità dei poligoni. Diagonali di un poligono. Area di un poligono. La classe gcPoligono. Posizione di un punto rispetto a un segmento. Intersezione di due segmenti. La classe gcSegmento. Point location nei poligono convessi e nei poligoni semplici. I bounding container. La classe gcBoundingContainer. Insiemi convessi. Caratterizzazione dei poligoni convessi. Calcolo dell'inviluppo convesso (Graham scan e Gift wrapping). Intersezione di due poligoni. Algoritmi di triangolazione (per rimozione delle orecchie e per ricerca delle diagonali). Richiami di teoria dei grafi. Il grafo duale di una triangolazione. La libreria matplotlib e il modulo pyplot. Il package NetworkX. Il Problema della Galleria d'Arte. Il Teorema di Fisk. Soluzione dell'Art Gallery Problem.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi in inglese

	Italiano
	INTRODUCTION TO COMPUTATIONAL GEOMETRY. Historical background. Geometric problems. Examples of geometric algorithms. RECALLS ON THE PYTHON LANGUAGE. Syntactic rules and variables. Typing. Functions in Python. Strings and conversions. The f-string. Keyboard input. Compound statements. The selection construct in Python. Relational operators. Conditional assignment. The iteration construct in Python. Container and counter cycles. The range container. The for and while constructs. The use of flags and counters. Existence conditions and universality. Subroutines, procedures and functions in Python. The pass instruction. The return value. Nested functions. Positional and nominal parameters. Lambda functions. Lists. List methods. The slice operator. Split and join methods. Lists and functions. Tables in Python. Stacks and queues using lists. List comprehension. Higher order functions. Tuples. Tuple methods. Conversions between lists and tuples. Tuple comprehension. Return of multiple values in a function. Sets. Set methods. Set comprehension. Dictionaries. Dictionary methods. Dictionary comprehension. Complex data structures. Gestures COMPUTATIONAL PROBLEMS. Computational problems and algorithms. Correctness of an algorithm. Cycle and class invariants. Types of algorithms. Computational models. The Random Access Machine. Estimation of computational complexity. Large O, Omega and Theta notations. Complexity classes. Analysis of the main sorting algorithms. The representation of integers and floats on the PC. RECALLS OF PLANE GEOMETRY. Related spaces. Marked area. Orientation and collinearity of a triplet of

points.
GEOMETRIC ALGORITHMS AND IMPLEMENTATION IN PYTHON CLASSES.
Packages in Python. The gcPoint class. Polygons. Jordan's Theorem for polygons. Plane orderings. Convex interior angles. Semiplanes. Triangulability of polygons. Diagonals of a polygon. Area of a polygon. The gcPolygon class. Position of a point with respect to a segment. Intersection of two segments. The gcSegment class. Point location in convex polygons and simple polygons. Bounding containers. The gcBoundingContainer class. Convex sets. Characterisation of convex polygons. Calculation of the convex envelope (Graham scan and Gift wrapping). Intersection of two polygons. Triangulation algorithms (for removing ears and finding diagonals). Recalls of graph theory. The dual graph of a triangulation. The matplotlib library and the pyplot module. The NetworkX package. The Art Gallery Problem. Fisk's Theorem. Solution of the Art Gallery Problem.

• M. Berg, M.van Kreveld, M. Overmars, O. Schwarzkopf, Computational Geometry. Algorithms and Application, Springer (2000).
• J. O. Rourke, Computational Geometry in C, Cambridge University Press (1998).
• F.P. Preparata, M.I. Shamos, Computational Geometry. An Introduction, Springer (1985).
• Tony Gaddis, Introduzione a Python, casa editrice Pearson
• Cay Horstmann, Rance D. Necaise, Concetti di Informatica e fondamenti di Python, Maggioli Editore – Apogeo
• John V. Guttag, Introduzione alla programmazione con Python, casa editrice Egea
• M. J. Laszlo,Computational Geometry and Computer Graphics In C++, Pearson

Advanced notions of computational geometry, mathematical morphology and image analysis, with reference to geometric algorithms (orientation, localization, polygonization, triangulation, convex envelope search, etc.).

Geometry, linear algebra, programming.

Lectures and laboratories.

A purely oral examination including programming questions and illustration of the code developed in class in order to verify the degree of knowledge of the subject matter achieved, the property of language in relation to the topics and the ability to explain.

Introduction to Computational Geometry. Historical background. Geometric problems. Examples of geometric algorithms. Recalls on the Python language. Syntactic rules and variables. Typing. Functions in Python. Strings and conversions. F-strings. Keyboard input. Compound statements. The selection construct in Python. Relational operators. Conditional assignment. The iteration construct in Python. Cycles with container and with counter. The range container. The for and while constructs. Use of flags and counters. Existence conditions and universality. Subroutines, procedures and functions in Python. The pass statement. The return value. Nested functions. Positional and nominal parameters. Lambda functions. Lists. List methods. The slice operator. The split and join methods. Lists and functions. Tables in Python. Stacks and queues using lists. List comprehension. Higher order functions. Tuples. Tuple methods. Conversions between lists and tuples. Tuple comprehension. Return of multiple values in a function. Sets. Set methods. Set comprehension. Dictionaries. Methods of dictionaries. Dictionary comprehension. Complex data structures. File handling in

	Python. Exception handling. Types of exceptions. Object-oriented programming. classes in Python. Constructors and instances. The self keyword. Class variables and static variables. Inheritance, encapsulation and polymorphism. Decorators in Python. Static methods. Special methods. Overloading of operators. Computational problems and algorithms. Correctness of an algorithm. Cycle and class invariants. Types of algorithms. Computational models. The Random Access Machine. Estimation of computational complexity. Big O, Omega and Theta notations. Complexity classes. Analysis of the main sorting algorithms. The PC representation of integers and floats. Recalls of plane geometry. Affine spaces. Marked area. Orientation and collinearity of a triplet of points. Packages in Python. The gcPoint class. Polygons. Jordan's Theorem for polygons. Orderings of the plane. Convex interior angles. Semiplanes. Triangulability of polygons. Diagonals of a polygon. Area of a polygon. The class gcPolygon. Position of a point with respect to a segment. Intersection of two segments. The class gcSegment. Point location in convex polygons and simple polygons. Bounding containers. The gcBoundingContainer class. Convex sets. Characterization of convex polygons. Computation of convex envelope (Graham scan and Gift wrapping). Intersection of two polygons. Triangulation algorithms (for ear removal and diagonal search). Recalls of graph theory. The dual graph of a triangulation. The matplotlib library and the pyplot module. The NetworkX package. The Art Gallery Problem. Fisk's Theorem. Solution of the Art Gallery Problem.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi del Syllabus

Resp. Did.	**PENGO RICCARDO** Matricola: 136556
Docente	**PENGO RICCARDO, 6 CFU**
Anno offerta:	**2025/2026**
Insegnamento:	**A002710 - TEORIA DEI CODICI**
Corso di studio:	**9223 - MATEMATICA**
Anno regolamento:	**2024**
CFU:	**6**
Anno corso:	**2**
Periodo:	**SECONDO SEMESTRE**

Testi in italiano

Lingua insegnamento	ITALIANO
Contenuti	INTRODUZIONE: Teoria dell'informazione, generalità su codici correttori, codifica e decodifica. Distanza di Hamming e parametri di un codice correttore. Limitazione di Gilbert-Varshamov e codici perfetti. CODICI LINEARI: Richiami sui campi finiti. Matrice generatrice di un codice lineare. Codice duale e matrice di controllo. Identità di MacWilliams. Limitazione di Delsarte. Codici di Hamming e di Golay. CODICI CICLICI: Richiami sugli anelli di polinomi. Codici ciclici ed ideali. Polinomi generatori, polinomi di controllo, e idempotenti. Codici BCH, di Reed-Solomon, e di Reed-Muller. CODICI E COMBINATORIA: Codici e disegni. Codici di Hadamard. CODICI DI GOPPA: Richiami di curve algebriche. Codici di Goppa associati a curve algebriche. Legami fra parametri del codice e numero di punti razionali.
Testi di riferimento	TESTI DI RIFERIMENTO: Lint, J. H. van. (1999). Introduction to coding theory (Third revised and expanded edition). Springer. ISBN: 978-3-540-64133-9, DOI: 10.1007/978-3-642-58575-3 Giuzzi, L. (2006). Codici correttori: Un'introduzione. Springer-Verlag Italia, Milano. ISBN: 978-88-470-0539-6, DOI: 10.1007/978-88-470-0540-2 TESTI DI APPROFONDIMENTO: MacWilliams, F. J., Sloane, N. J. A. (1977). The theory of error correcting codes. North-Holland. ISBN: 978-0-444-85010-2 Goppa, V. D. (1988). Geometry and Codes. Springer. ISBN: 978-1-4020-0302-8, DOI: 10.1007/978-94-015-6870-8
Obiettivi formativi	Conoscenza delle principali classi di codici correttori di errore e dei relativi algoritmi di codifica e decodifica.
Prerequisiti	Conoscenze di base di algebra lineare, teoria dei gruppi, teoria dei campi e anelli di polinomi a coefficienti in un campo.
Metodi didattici	Lezioni frontali ed esercitazioni in aula. Seminari di approfondimento assegnati agli studenti.
Altre informazioni	

Modalità di verifica dell'apprendimento	Sono previste due modalità alternative di verifica dell'apprendimento: -- due seminari in itinere, volti alla presentazione, mediante seminari preparati dagli studenti, di risultati legati al corso, ma non spiegati durante le lezioni frontali in aula. In caso di superamento di entrambe tali prove in itinere, l'esame potrà ritenersi superato esso stesso, senza necessità di altre verifiche dell'apprendimento. In tal caso, il voto dell'esame sarà uguale alla media aritmetica dei voti delle due prove in itinere; -- una prova orale sugli argomenti dell'intero programma del corso, da considerarsi come alternativa alle due prove in itinere menzionate sopra. Tale prova orale si riterrà superata se lo studente mostrerà piena padronanza degli argomenti presentarli durante il corso, e capacità di esporli con un linguaggio appropriato.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi in inglese

	Italian
	INTRODUCTION: Information theory, general overview of error-correcting codes, encoding and decoding. Hamming distance and parameters of an error-correcting code. Gilbert-Varshamov bound and perfect codes. LINEAR CODES: Review of finite fields. Generator matrix of a linear code. Dual code and parity-check matrix. MacWilliams identity. Delsarte bound. Hamming and Golay codes. CYCLIC CODES: Review of polynomial rings. Cyclic codes and ideals. Generator polynomials, parity-check polynomials, and idempotents. BCH codes, Reed-Solomon codes, and Reed-Muller codes. CODES AND COMBINATORICS: Codes and designs. Hadamard codes. GOPPA CODES: Review of algebraic curves. Goppa codes associated with algebraic curves. Relations between code parameters and the number of rational points.
	MAIN REFERENCES: Lint, J. H. van. (1999). Introduction to coding theory (Third revised and expanded edition). Springer. ISBN: 978-3-540-64133-9, DOI: 10.1007/978-3-642-58575-3 Giuzzi, L. (2006). Codici correttori: Un'introduzione. Springer-Verlag Italia, Milano. ISBN: 978-88-470-0539-6, DOI: 10.1007/978-88-470-0540-2 FURTHER REFERENCES: MacWilliams, F. J., Sloane, N. J. A. (1977). The theory of error correcting codes. North-Holland. ISBN: 978-0-444-85010-2 Goppa, V. D. (1988). Geometry and Codes. Springer. ISBN: 978-1-4020-0302-8, DOI: 10.1007/978-94-015-6870-8
	Knowlegde of the main classes of error correcting codes and their encoding and decoding algorithms.
	Basic knowledge of linear algebra, group theory, field theory and rings of polynomials with coefficients in a field.
	Lectures and exercise sessions in the classroom. Seminar talks given by the students.
	There are two possible, alternative methods of learning assessment: -- during the term in which the lecture is being given, the student can prepare two seminar talks, on results which are related to the topics

discussed during the lectures, but which have not been explained in class. If the students manages to present these topics carefully, in both seminar talks, the student passes the exam, without any need for further assessment. In this case, the grade will be the average of the grades given to each of the seminars; -- an oral exam on the topics discussed in class, to be considered as an alternative to the two seminars discussed above. The oral exam will be considered passed if the student demonstrates full mastery of the topics presented during the course and the ability to discuss them using appropriate terminology.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi del Syllabus

Resp. Did.	**BONANZINGA MADDALENA**	**Matricola: 019561**
Docente	**BONANZINGA MADDALENA, 6 CFU**	

Anno offerta:	**2025/2026**
Insegnamento:	**7095 - TOPOLOGIA ALGEBRICA**
Corso di studio:	**9223 - MATEMATICA**
Anno regolamento:	**2024**
CFU:	**6**
Anno corso:	**2**
Periodo:	**SECONDO SEMESTRE**

Testi in italiano

Lingua insegnamento	ITALIANO
Contenuti	Parte I: "Le basi della topologia algebrica" Omotopia di funzioni e di cammini. Definizione del gruppo fondamentale. Omomorfismo indotto da una funzione continua e sue proprieta' omotopiche. Spazi contraibili e deformazioni. Il gruppo fondamentale della sfera. Spazi proiettivi reali e complessi. Semplice connessione dello spazio proiettivo complesso. Il gruppo fondamentale della circonferenza. Calcolo del gruppo fondamentale del piano proiettivo reale. I teoremi di Brouwer e Borsuk-Ulam in dimensione 1 e 2. Il teorema della curva di Jordan. Parte II: "Teoria della omotopia". Simplessi euclidei e simplessi sferici. Triangolazioni della sfera e mappa propria dei vertici. Definizione del grado di una funzione continua tra sfere omodimensionali. Invarianza per omotopia del grado di una funzione continua. Il teorema del punto fisso di Brouwer e le sue forme equivalenti. Funzioni continue tra sfere di dimensioni diverse e applicazioni.
Testi di riferimento	1. M. Bonanzinga, Appunti del corso redatti dal docente. 2. M. Manetti, Topologia, Springer Verlag. 3. J. Dugundji, Topology, Allyn and Bacon Series in Advanced Mathematics
Obiettivi formativi	Acquisizione dei concetti principali della topologia algebrica con particolare riferimento al gruppo fondamentale di uno spazio topologico.
Prerequisiti	Conoscenze di base di topologia generale e logica matematica elementare.
Metodi didattici	Lezioni frontali. Esercitazioni in aula. Seminari di approfondimento assegnati agli studenti.

Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste in una prova orale volta a verificare il grado di raggiungimento degli obiettivi formativi, ovvero il livello di conoscenza degli argomenti e la capacità di affrontare problematiche nell'ambito della topologia algebrica. Sono previste due prove in itinere (facoltative) che prevedono l'esposizione di alcuni teoremi e esempi sulla topologia algebrica (prima prova) e relativi alla teoria dell'omotopia (seconda prova). Lo studente che supera le prove intermedie è esonerato dal colloquio orale e il voto finale è dato dalla media aritmetica dei voti delle due prove in itinere. Lo studente che non supera una delle due prove intermedie deve sostenere l'esame finale in una qualsiasi delle date previste dal calendario d'esami che riguarderà argomenti della parte di programma relativi alla prova precedentemente non superata. Se la prova finale ha esito positivo, il voto finale è la media aritmetica dei voti conseguiti in ciascuna delle prove (intermedia e finale) sostenute e superate. Lo studente può decidere di non sostenere alcuna prova intermedia e sostenere solo l'esame finale (in una qualsiasi delle date previste dal calendario d'esami), che riguarda gli argomenti dell'intero programma del corso.
Programma esteso	Parte I: "Le basi della topologia algebrica" Omotopia di funzioni e di cammini. Definizione del gruppo fondamentale. Omomorfismo indotto da una funzione continua e sue proprieta' omotopiche. Spazi contraibili e deformazioni. Il gruppo fondamentale della sfera. Spazi proiettivi reali e complessi. Semplice connessione dello spazio proiettivo complesso. Il gruppo fondamentale della circonferenza. Calcolo del gruppo fondamentale del piano proiettivo reale. I teoremi di Brouwer e Borsuk-Ulam in dimensione 1 e 2. Il teorema della curva di Jordan. Parte II: "Teoria della omotopia". Simplessi euclidei e simplessi sferici. Triangolazioni della sfera e mappa propria dei vertici. Definizione del grado di una funzione continua tra sfere omodimensionali. Invarianza per omotopia del grado di una funzione continua. Il teorema del punto fisso di Brouwer e le sue forme equivalenti. Funzioni continue tra sfere di dimensioni diverse e applicazioni.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi in inglese

	Italian
	Part I: "The foundations of algebraic topology". Homotopy of functions and paths. Definition of the fundamental group. Homomorphism induced by a continuous function and its homotopic properties. Contractible spaces and deformations. The fundamental group of the sphere. Real and complex projective spaces. Simple connectivity of complex projective space. The fundamental group of the circle. Calculation of the fundamental group of the real projective plane. Brouwer and Borsuk-Ulam theorems in dimensions 1 and 2. The Jordan curve theorem. Part II: "Homotopy theory." Euclidean simplices and spherical simplices. Triangulations of the sphere and proper vertex map. Definition of the degree of a continuous function between homodimensional spheres. Homotopy invariance of the degree of a continuous function. Brouwer's fixed point theorem and its equivalent forms. Continuous functions between spheres of different dimensions and applications.

	1. M. Bonanzinga, Lecture notes prepared by the professor. 2. M. Manetti, Topologia, Springer Verlag. 3. J. Dugundji, Topology, Allyn and Bacon Series in Advanced Mathematics
	Acquiring the main concepts of algebraic topology with particular reference to the construction of the fundamental group of a topological space.
	Basic knowledge of general topology and elements of mathematical logic.
	Lectures. Classroom exercises. Seminars assigned to students.
	The exam consists of an oral test. There are two optional in itinere tests that involve presenting some theorems and examples on algebraic topology (first test) and related to homotopy theory (second test). Students who pass the intermediate tests are exempt from the oral exam, and the final grade is the arithmetic average of the grades from the two in itinere tests. Students who do not pass one of the two intermediate tests must take the final exam on any of the dates scheduled in the exam calendar, which will cover topics from the part of the syllabus related to the previously failed test. If the final test is passed, the final grade is the arithmetic average of the grades obtained in each of the tests (intermediate and final) taken and passed. Students can decide not to take any intermediate tests and only take the final exam (on any of the dates scheduled in the exam calendar), which covers the topics of the entire course program.
	Part I: "The foundations of algebraic topology". Homotopy of functions and paths. Definition of the fundamental group. Homomorphism induced by a continuous function and its homotopic properties. Contractible spaces and deformations. The fundamental group of the sphere. Real and complex projective spaces. Simple connectivity of complex projective space. The fundamental group of the circle. Calculation of the fundamental group of the real projective plane. Brouwer and Borsuk-Ulam theorems in dimensions 1 and 2. The Jordan curve theorem. Part II: "Homotopy theory." Euclidean simplices and spherical simplices. Triangulations of the sphere and proper vertex map. Definition of the degree of a continuous function between homodimensional spheres. Homotopy invariance of the degree of a continuous function. Brouwer's fixed point theorem and its equivalent forms. Continuous functions between spheres of different dimensions and applications.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi del Syllabus

Resp. Did.	**VILASI LUCA**	**Matricola: 029953**
Docente	**VILASI LUCA, 6 CFU**	

Anno offerta:	**2025/2026**
Insegnamento:	**A000260 - ANALISI SUPERIORE**
Corso di studio:	**9223 - MATEMATICA**
Anno regolamento:	**2024**
CFU:	**6**
Anno corso:	**2**
Periodo:	**PRIMO SEMESTRE**

Testi in italiano

Lingua insegnamento	Italiano
Contenuti	1) DISEQUAZIONI VARIAZIONALI. Generalità sulle disequazioni variazionali. Teorema di Stampacchia. Teorema di Lax-Milgram. 2) OPERATORI COMPATTI E DECOMPOSIZIONE SPETTRALE. Lemma di Riesz. Caratterizzazione di Riesz della finito-dimensionalità di uno spazio normato. Supplementari topologici ed esempi notevoli. Ortogonalità negli spazi di Banach. Operatori lineari non limitati. Nucleo, rango e grafico di un operatore. Aggiunto di un operatore e sue proprietà. Operatori compatti. Teorema di Schauder sull'operatore aggiunto. La teoria di Riesz-Fredholm. Risolvente, spettro e autovalori di un operatore. Spettro di un operatore compatto. Operatori lineari autoaggiunti su spazi di Hilbert. Operatori simmetrici. Decomposizione spettrale degli operatori compatti autoaggiunti su spazi di Hilbert. 3) SPAZI DI SOBOLEV E FORMULAZIONE VARIAZIONALE DI PROBLEMI AI LIMITI. Introduzione ai metodi variazionali. Motivazioni della formulazione variazionale di un problema differenziale. Funzionale dell'energia. Derivabilità nel senso di Gâteaux e nel senso di Fréchet. Immersioni tra spazi normati. Funzioni coercive. Esistenza di minimi globali: teorema dei metodi diretti del Calcolo delle Variazioni. Spazi di Sobolev e formulazione variazionale di un problema ordinario ai limiti. Lo spazio di Sobolev W^1,p(]a,b[). Completezza, riflessività e separabilità di W^1,p(]a,b[). Spazio delle funzioni Hölderiane. Teoremi di immersione. Lo spazio W_0^1,p(]a,b[). Disuguaglianza di Poincaré. Studio di un problema ordinario ai limiti del secondo ordine. Gli spazi di Sobolev W^1,p e W_0^1,p in dimensione n: completezza, riflessività, separabilità e immersioni. Esistenza di altri punti critici. Condizione di Palais-Smale. Lemma di deformazione. Teorema di passo di montagna. Applicazione del teorema dei metodi diretti e del passo di montagna nello studio di un problema al contorno per equazioni del secondo ordine.
Testi di riferimento	Haim Brezis, Analisi funzionale, Liguori Editore, 1986
Obiettivi formativi	Acquisizione degli strumenti e dei risultati fondamentali della teoria degli operatori compatti e dei metodi variazionali con applicazioni alle equazioni differenziali.

Prerequisiti	Conoscenze di analisi matematica con particolare riferimento a: successioni e serie di funzioni, topologia generale, teoria della misura e dell’integrazione secondo Lebesgue, teoria degli spazi normati, equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali.
Metodi didattici	Lezioni frontali ed esercitazioni
Modalità di verifica dell'apprendimento	La verifica dell'apprendimento consiste in una singola prova orale. Principali elementi di valutazione sono i seguenti: padronanza dei contenuti, chiarezza e rigore nell'esposizione, capacità di applicazione delle conoscenze acquisite.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione

Testi in inglese

	Italian
	1) VARIATIONAL INEQUALITIES. General concepts. Stampacchia and Lax-Milgram Theorems. 2) COMPACT OPERATORS AND SPECTRAL DECOMPOSITION. Riesz Lemma on the characterization of finite-dimensional normed spaces. Topological supplement and examples. Orthogonality in Banach spaces. Unbounded linear operators. Kernel, range, and graph of a linear operator. Adjoint operators and related properties. Compact operators. Schauder teorem on the adjoint operator. Riesz-Fredholm theory, spectrum and eigenvalues of a linear operator. Spectrum of a compact operator. Self-adjoint operators in Hilbert spaces. Symmetric operators, spectral decomposition of compact self-adjoint operators on Hilbert spaces. 3) SOBOLEV SPACES AND VARIATIONAL FORMULATION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS. Introduction to variational methods. Motivations for the variational formulation of a differential problem. Energy functional. Gâteaux and Fréchet derivatives. Embeddings between normed spaces. Coercive functions. Existence of global minima: theorem of the direct methods in the Calculus of Variations. Sobolev spaces and variational formulation of an ordinary boundary value problem. The Sobolev space W^1,p(]a,b[): completeness, reflexivity and separability. The space of Holder continuous functions. Embedding theorems. The space W_0^1,p(]a,b[). Poincaré inequality. Study of a second-order boundary value problem. The Sobolev spaces W^1,p and W_0^1,p in dimension n: completeness, reflexivity, separability and embedding theorems. Existence of other critical points. Palais-Smale condition. Deformation Lemma. Mountain Pass Theorem. Application of the theorem of direct methods and of the mountain pass theorem to the study of a second-order boundary value problem.
	Haim Brezis, Analisi funzionale, Liguori Editore, 1986
	Acquisition of the fundamental notions and results of compact operator theory and of variational methods with applications to differential equations.
	Knowledge of calculus with particular reference to: sequences and series of functions, general topology, Lebesgue measure and integration theory, normed space theory, ordinary and partial differential equations.

	Lectures and exercise sessions.
	The verification of learning consists of a single oral test. The final assessment is based on the following elements: mastering of the knowledges, clarity and accuracy of the exposition, ability to apply the acquired knowledges.

Obiettivi per lo sviluppo sostenibile

Codice	Descrizione