ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE MOD. A

Integrazione in uno spazio di misura: integrale delle funzioni elementari, integrale delle funzioni misurabili e non negative, teorema di Beppo Levi, funzioni μ-quasi-integrabili e loro integrale, funzioni μ-integrabili, proprietà verificate μ-quasi-ovunque, integrale delle funzioni definite μ- quasi-ovunque.

Integrazione rispetto ad una misura prodotto: prodotto di σ-algebre, prodotto di misure σ-finite, teorema di Tonelli, teorema di Fubini, teoremi di Tonelli e di Fubini per la misura di Lebesgue m_{p+q}.

Gli spazi L^p: funzioni numeriche μ-integrabili con l'esponente p, disuguaglianze di Hölder e di Minkowski, spazio semimetrico L^p ($0< p <+\infty$), spazio L^∞, completezza di L^∞, inclusioni tra spazi L^p, disuguaglianze di Clarkson, duale topologico degli spazi L^p per $1\leq p\leq\infty$, riflessività degli spazi L^p per $1\leq p\leq\infty$, separabilità degli spazi L^p per $1\leq p\leq\infty$.

Vari modi di convergenza delle successioni di funzioni reali misurabili: lemma di Fatou, convergenza μ-quasi-ovunque, convergenza in media di ordine p, teorema della convergenza dominata, completezza di L^p ($0< p <+\infty$), convergenza μ-quasi-uniforme, teorema di Severini-Egorov, convergenza in misura, criterio di Weyl-Riesz per la convergenza in misura.

Misure con densità: misure con segno munite di densità rispetto ad una misura μ, misure con segno assolutamente continue rispetto ad una misura μ, assoluta continuità nel senso di Vitali e nel senso di Caccioppoli, teorema di Radon-Nykodym.

Il teorema di Vitali: equi-assoluta continuità secondo Vitali e secondo Caccioppoli, teorema di Vitali sulla convergenza in media di ordine p.

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE MOD. B

FUNZIONI A VARIAZIONE LIMITATA (VL): Variazione totale di una funzione. Funzioni a variazione limitata. Monotonia ed additività della variazione totale. Operazioni con le funzioni a variazione limitata. Rappresentazione di una funzione VL come differenza di funzioni monotone. Derivabilità q.o. di una funzione VL, e sommabilità della derivata. Limitatezza, misurabilità e sommabilità di una funzione VL. Insieme delle discontinuità di una funzione VL. Continuità della variazione totale di funzioni continue a VL.

FUNZIONI ASSOLUTAMENTE CONTINUE (AC): Funzioni assolutamente continue. Uniforme continuità e variazione limitata di una funzione AC. Continuità assoluta della funzione integrale di una funzione sommabile. Derivata della funzione integrale di una funzione sommabile. Funzioni AC con derivata quasi ovunque nulla. Formula di Newton-Leibniz. Ulteriori caratterizzazioni delle funzioni AC.

IL TEOREMA DI ASCOLI ARZELA': Lo spazio metrico L°(X,Y) delle funzioni limitate. Funzioni totalmente limitate e le funzioni equi-totalmente limitate. Criterio di totale limitatezza in L°(X,Y). Funzioni equicontinue e funzioni equi-uniformemente continue. Teorema di Cantor generalizzato. Completezza di L°(X,Y) e C°(X,Y). Teorema di Ascoli-Arzelà e sue applicazioni.

SOLUZIONI GENERALIZZATE DI EDO ORDINARIE DEL 1 ORDINE IN FORMA NORMALE: Definitione di soluzione generalizzata. Funzioni di Caratheodory. Teoremi di Peano e di Caratheodory. Holderianità e lipschitzianità delle soluzioni. Cenni su derivate deboli e spazi di Sobolev in dimensione uno. Cenni su alcune classi di equazioni integrali.

ANALISI MULTIVOCA: Multifunzioni. Semicontinuità inferiore e superiore di una multifunzione, e loro caratterizzazioni. Multifunzioni continue e loro caratterizzazioni. Multifunzioni con grafico chiuso. Immagine di uno spazio topologico compatto e di uno spazio topologico connesso. Selezioni di una multifunzione. Teorema di Michael. Estensione di selezioni continue e di funzioni continue. Distanza di Hausdorff e sue proprietà. Multifunzioni Lipschitziane. Semicontinuità inferiore, superiore e continuità in senso metrico. Punti fissi. Teorema di Nadler. Multifunzioni misurabili. Teorema di Kuratowski e Ryll-Nardzewski. Rappresentazione di Castaing.

ISTITUZIONI DI ANALISI PER LE APPLICAZIONI MOD. A

Integrazione in uno spazio di misura: integrale delle funzioni elementari, integrale delle funzioni misurabili e non negative, teorema di Beppo Levi, funzioni μ-quasi-integrabili e loro integrale, funzioni μ-integrabili, proprietà verificate μ-quasi-ovunque, integrale delle funzioni definite μ- quasi-ovunque.

Integrazione rispetto ad una misura prodotto: prodotto di σ-algebre, prodotto di misure σ-finite, teorema di Tonelli, teorema di Fubini, teoremi di Tonelli e di Fubini per la misura di Lebesgue m_p+q.

Gli spazi L^p: funzioni numeriche μ-integrabili con l'esponente p, disuguaglianze di Hölder e di Minkowski, spazio semimetrico L^p (0< p <+∞), spazio L^∞, completezza di L^∞, inclusioni tra spazi L^p, disuguaglianze di Clarkson, duale topologico degli spazi L^p per 1≤p≤∞, riflessività degli spazi L^p per 1≤p≤∞, separabilità degli spazi L^p per 1≤p≤∞.

Vari modi di convergenza delle successioni di funzioni reali misurabili: lemma di Fatou, convergenza μ-quasi-ovunque, convergenza in media di ordine p, teorema della convergenza dominata, completezza di L^p (0< p <+∞), convergenza μ-quasi-uniforme, teorema di Severini-Egorov, convergenza in misura, criterio di Weyl-Riesz per la convergenza in misura.

Misure con densità: misure con segno munite di densità rispetto ad una misura μ, misure con segno assolutamente continue rispetto ad una misura μ, assoluta continuità nel senso di Vitali e nel senso di Caccioppoli, teorema di Radon-Nykodym.

Il teorema di Vitali: equi-assoluta continuità secondo Vitali e secondo Caccioppoli, teorema di Vitali sulla convergenza in media di ordine p.

ISTITUZIONI DI ANALISI PER LE APPLICAZIONI MOD. B

Richiami di Analisi Complessa.

Trasformata di Fourier:

La trasformata di Fourier di una funzione sommabile. Uniforme continuità della trasformata di Fourier. Teorema di Riemann-Lebesgue. Proprietà della trasformata di Fourier. Trasformata di Fourier e derivazione. Convoluzione. Formula di moltiplicazione. Teoremi di inversione. Identità di Plancherel.

Trasformata di Laplace:

Trasformabilità e assoluta trasformabilità secondo Laplace in un punto di funzioni localmente sommabili. Definizione di trasformata di Laplace in un punto. Proprietà della trasformata di Laplace. Olomorfia della trasformata di Laplace. Teorema sulla convoluzione e sue conseguenze. Comportamento all'infinito della trasfromata di Laplace. Il problema dell'antitrasformazione. Applicazioni della trasformata di Laplace alle equazioni ed ai sistemi di equazioni differenziali lineari ordinarie.

Distribuzioni:

Lo spazio D delle funzioni test. Lo spazio S di Schwartz. Lo spazio E. Immersione di D in S e di D in E. Densità di D in E. Lo spazio D' delle distribuzioni. Distribuzioni funzione. Il delta di Dirac. Convergenza nel senso delle distribuzioni. Distribuzioni misura. Derivata di una distribuzione. Lo spazio S' delle distribuzioni temperate. Il duale E' dello spazio E. Convoluzione tra distribuzioni. La trasformata di Fourier nell'ambito delle distribuzioni.

ANALISI SUPERIORE

1) DISEQUAZIONI VARIAZIONALI. Generalità sulle disequazioni variazionali. Teorema di Stampacchia. Teorema di Lax-Milgram.

2) OPERATORI COMPATTI E DECOMPOSIZIONE SPETTRALE. Lemma di Riesz. Caratterizzazione di Riesz della finito-dimensionalità di uno spazio normato. Supplementari topologici ed esempi notevoli. Ortogonalità negli spazi di Banach. Operatori lineari non limitati. Nucleo, rango e grafico di un operatore. Aggiunto di un operatore e sue proprietà. Operatori compatti. Teorema di Schauder sull'operatore aggiunto. La teoria di Riesz-Fredholm. Risolvente, spettro e autovalori di un operatore. Spettro di un operatore compatto. Operatori lineari autoaggiunti su spazi di Hilbert. Operatori simmetrici. Decomposizione spettrale degli operatori compatti autoaggiunti su spazi di Hilbert.

3) SPAZI DI SOBOLEV E FORMULAZIONE VARIAZIONALE DI PROBLEMI AI LIMITI.
Introduzione ai metodi variazionali. Motivazioni della formulazione variazionale di un problema differenziale. Funzionale dell'energia. Derivabilità nel senso di Gâteaux e nel senso di Fréchet. Immersioni tra spazi normati. Funzioni coercive. Esistenza di minimi globali: teorema dei metodi diretti del Calcolo delle Variazioni. Spazi di Sobolev e formulazione variazionale di un problema ordinario ai limiti. Lo spazio di Sobolev $W^{1,p}(]a,b[)$. Completezza, riflessività e separabilità di $W^{1,p}(]a,b[)$. Spazio delle funzioni Hölderiane. Teoremi di immersione. Lo spazio $W_0^{1,p}(]a,b[)$. Disuguaglianza di Poincaré. Studio di un problema ordinario ai limiti del secondo ordine. Gli spazi di Sobolev $W^{1,p}$ e $W_0^{1,p}$ in dimensione n: completezza, riflessività, separabilità e immersioni. Esistenza di altri punti critici. Condizione di Palais-Smale. Lemma di deformazione. Teorema di passo di montagna. Applicazione del teorema dei metodi diretti e del passo di montagna nello studio di un problema al contorno per equazioni del secondo ordine.

TEORIA DELLE FUNZIONI ED APPLICAZIONI

Richiami sulle principali distribuzioni di probabilità con applicazioni in ambito assicurativo.

Teoria dell'utilità: funzioni utilità, criterio dell'utilità attesa, disuguaglianza di Jensen, vari tipi di funzioni utilità.

Pirncipi di calcolo del premio assicurativo.

Modelli di rischi collettivo: distribuzione di Poisson composta, l'effetto della riassicurazione, calcolo ricorsivo della distribuzione aggregata dei sinistri, estensioni della formula di Panjer, calcolo approssimato della distribuzione aggregata dei sinistri.

Modelli di rischio individuale: la formula ricorsiva di Pril's, il metodo di Kornya, approssimazione della distribuzione di Poisson composta.

Introduzione alla teoria della rovina: un modello temporare discreto di rischio, probabilità della rovina definitiva, probabilità di rovina in un tempo finito, disuguaglianza di Lundberg.

Teoria classica della rovina: processi classici di rischio, processi di Poisson e di Poisson composti, definizione di probabilità di rovina, coefficienti di correzione, probabilità di sopravvivenza, calcolo approssimato della probabilità di rovina.

Teoria avanzata della rovina: un problema di barriera, gravità della rovina, massima gravità della rovina, surplus prima della rovina, tempo di rovina, dividendi.

Riassicurazione: applicazioni della teoria dell'utilità, riassicurazione e rovina,

STATISTICA AVANZATA

RICHIAMI DI CALCOLO DELLE PROBABILITA': Spazi di probabilità. Variabili aleatorie e distribuzioni di probabilità. Distribuzioni di probabilità discrete. Distribuzioni di probabilità continue. Relazioni tra distribuzioni e approssimazioni.

STATISTICA DESCRITTIVA: Distribuzioni di frequenza. Grafici delle distribuzioni di frequenza. Indici di posizione e di dispersione. Calcolo di media e varianza per dati raggruppati. Forma di una distribuzione. Correlazione fra variabili. Metodo dei minimi quadrati. Regressione lineare. Regressione polinomiale. Metodi di linearizzazione.

TEORIA ELEMENTARE DEI CAMPIONI: Popolazioni e campioni. Campionamento. Distribuzioni di campionamento. Distribuzione della media campionaria (varianza nota). Distribuzione della media campionaria (varianza incognita). Distribuzione della varianza campionaria.

STIMA DEI PARAMETRI: Stime puntuali e stime per intervallo. Intervalli di confidenza per la media (varianza nota). Intervalli di confidenza per la media (varianza incognita). Intervalli di confidenza per la proporzione. Intervalli di confidenza per la differenza fra due medie (varianze note). Intervalli di confidenza per la differenza fra due medie (varianze incognite). Intervalli di confidenza per la differenza fra due proporzioni. Intervalli di confidenza per la varianza e per lo scarto quadratico medio. Intervalli di confidenza per il rapporto di due varianze.

TEST DI IPOTESI: Ipotesi statistiche. Tipi di errore e livello di significatività. Test di ipotesi sulla media (varianza nota). Test di ipotesi sulla media (varianza incognita). Test di ipotesi sulla proporzione. Test di ipotesi sulla differenza fra due medie (varianze note). Test di ipotesi sulla differenza fra due medie (varianze incognite). Test di ipotesi sulla differenza fra due proporzioni. Test di ipotesi sulla varianza e sullo scarto quadratico medio. Test di ipotesi sul rapporto di due varianze.

TEST CHI-QUADRO: Test chi-quadro di adattamento. Test chi-quadro di indipendenza.